Písemka na opakování Analytické geometrie, Oktáva 2015/2016

Skupina A

Příklad 1

> Určete obecnou rovnici přímky *p* tak, aby byla rovnoběžná s přímkou *q: x*=1+3*k*, *y*=2+*k* a procházela bodem A[1;2].

Obecná rovnice přímky je rovnice $ax + by + c = 0$, kde koeficienty *a* a *b* jsou dány normálovým vektorem přímky (vektorem kolmým na směr přímky), tedy $\vec{n} = (a; b)$ zadává směr přímky a koeficient *c* určuje umístění přímky v prostoru.

Přímka *p* rovnoběžná s *q* musí mít stejný směr (normálový vektor), jen jiné umístění. Přímka *q* je zadaná parametricky, máme tedy její směrový vektor, jehož složky tvoří násobky koeficientu *k*. Je tedy $\vec{s_q} = (3; 1)$.

Hledáme normálový vektor, který je k $\vec{s_q}$ kolmý. Jedním z možných kolmých vektorů je $\vec{n_q} = (-1; 3)$. Jelikož $p \parallel q$, musí $\vec{n_q} = \vec{n_p}$. Dosadíme do rovnice: $-x + 3y + c = 0$. Směr přímky je určen, umístění v prostoru určuje podmínka, že $A \in p$. Dosadíme bod A do rovnice a dopočítáme koeficient *c*. $-1 + 3 \cdot 2 + c = 0$, tedy $c = -5$.

Řešení: $p: -x + 3y + -5 = 0$

Příklad 2

> Určete vzdálenost přímky *p*: *x*=3*k*. *y*=2–2*k* od bodu [3;2].

Přímka je zadaná parametrickou rovnicí. Existuje vzorec pro vzdálenost bodu od přímky, kde do levé strany obecné rovnice přímky dosadíme souřadnice bodu a podělíme délkou normálového vektoru přímky, z výsledku bereme absolutní hodnotu (vzdálenost nemůže být záporná).

$$d(A; p) = \frac{|a \cdot x_A + b \cdot y_A + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \text{ pro } A[x_A; y_A], p: ax + by + c = 0$$

Převedeme rovnici na obecnou buď sečtením tak, aby se odečetla \\k\\, nebo nalezením kolmého vektoru ke směrovému a dosazením bodu. Každopádně: $x-3y+5=0$. Dosazením do vzorce získáváme, že délka je Fix Me!

Kdo si nepamatuje vzorec, ví, že vzdálenost bodu od přímky je délka úsečky dané oním bodem a patou kolmice z bodu vedené k přímce. Určíme tedy kolmici *k* procházející bodem A=[3;2], například obecnou rovnicí. Jelikož směrový vektor kolmice *k* musí být kolmý na směrový vektor přímky *p* a směrový a normálový vektor téže přímky jsou na sebe kolmé, pak normálový vektor kolmice *k* může být totožný se směrovým vektorem přímky *p*. Proto $3x-2y+c=0$. Dosazením bodu A dostáváme koeficient \\c
a tedy $k:3x-2y-5=0$.

Stejně dobře bylo možné si říci, že směrový vektor přímky *k* kolmý na směrový vektor přímky *p* je třeba (2;3) a proto parametrická rovnice kolmice je $k: x=3+2k, y=2+3k$.

Tak jako tak najdeme průsečík $k \cap p$ pomocí soustavy dvou rovnic pro přímky *p* a *k*. Bod $P=[\frac{27}{13};\frac{8}{13}]$;

Stačí určit $|AP|=\sqrt{(3-\frac{27}{13})^2+(2-\frac{8}{13})^2} \doteq 1,66$