DUM č. 13 v sadě

14. Ma-2 Příprava k maturitě a PZ – geometrie, analytická geometrie, analýza, komlexní čísla

Autor: Magda Krejčová

Datum: 13.08.2013

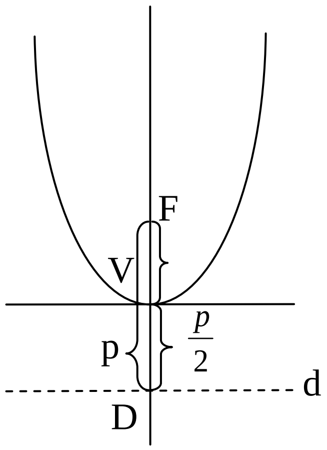
Ročník: maturitní ročníky

Anotace DUMu: Analytická geometrie v rovině: kuželosečky - parabola - sada úloh s výsledky.

evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

<u>Analytická geometrie v rovině: kuželosečky - parabola</u>

Parabola - množina všech bodů roviny, které mají stejnou vzdálenost od daného bodu *F* a od dané přímky *d*, jež tímto bodem neprochází.
F ... ohnisko paraboly
d ... řídící přímka paraboly
Kolmice k řídící přímce procházející ohniskem *F* je osa paraboly, patu této kolmice označíme *D*. Střed úsečky *DF* je bodem paraboly, nazývá se vrchol paraboly a označuje se *V*.
Vzdálenost p ohniska *F* od řídící přímky *d* nazýváme parametrem paraboly *p* = *FD*.



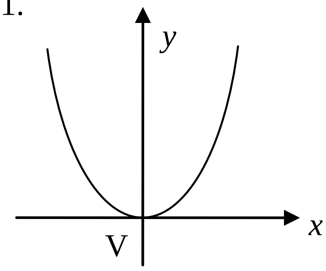
obecný tvar rovnice paraboly: $y^2 + Ax + By + C = 0 \quad A \neq 0$
vrcholový tvar rovnice paraboly:

1. $V[0;0]$	$x^2 = 2py$	1'. $V[x_V; y_V]$	$(x - x_V)^2 = 2p(y - y_V)$
2. $V[0;0]$	$x^2 = -2py$	2'. $V[x_V; y_V]$	$(x - x_V)^2 = -2p(y - y_V)$
3. $V[0;0]$	$y^2 = 2px$	3'. $V[x_V; y_V]$	$(y - y_V)^2 = 2p(x - x_V)$
4. $V[0;0]$	$y^2 = -2px$	4'. $V[x_V; y_V]$	$(y - y_V)^2 = -2p(x - x_V)$

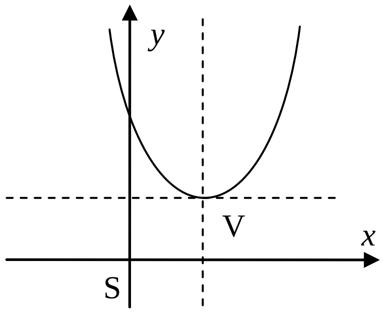
tečny paraboly v bodě dotyku $T[x_0; y_0]$:

ad 1.	$x^2 = p(y + y_0)$	*ad* 1'.	$(x - x_V)(x_0 - x_V) = p(y - y_V + y_0 - y_V)$
ad 2.	$x^2 = -p(y + y_0)$	*ad* 2'.	$(x - x_V)(x_0 - x_V) = -p(y - y_V + y_0 - y_V)$
ad 3.	$y^2 = p(x + x_0)$	*ad* 3'.	$(y - y_V)(y_0 - y_V) = p(x - x_V + x_0 + x_V)$
ad 4.	$y^2 = -p(x + x_0)$	*ad* 4'.	$(y - y_V)(y_0 - y_V) = -p(x - x_V + x_0 + x_V)$

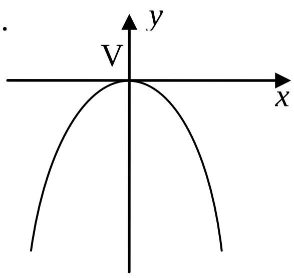
1.



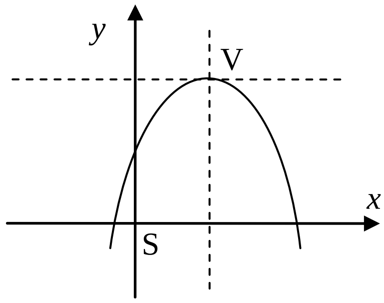
1′.



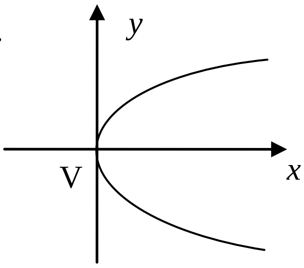
2.



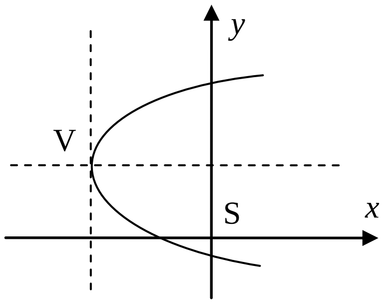
2′.



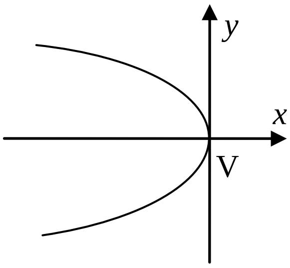
3.



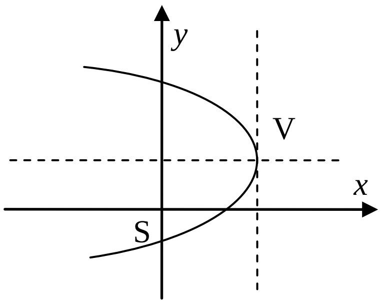
3′.



4.



4′.



1. Zjistěte, jaká kuželosečka je vyjádřena danou rovnicí. Určete její střed resp. vrchol (u paraboly), její poloměr nebo poloosy nebo parametr.
   a) $x^2 + y^2 + 8x + 6y + 20 = 0$
   b) $4x^2 + 9y^2 - 8x - 32 = 0$
   c) $x^2 - 4y^2 + 6x + 32y - 155 = 0$
   d) $y^2 - 3x + 4y - 8 = 0$
   e) $x^2 - 4y + 2y + 9 = 0$
   MZLU
   a) kružnice, S[−4; −3], r = 5
   b) elipsa, S[1; 0]; a = 3, b = 2
   c) hyperbola, S[−3; 4]; a = 10, b = 5
   d) parabola, V[−4; −2]; p = 1,5
   e) parabola, V[−1; 2]; p = 2

2. Určete rovnici paraboly, jejíž osa je přímka $x = -7$, vrchol má souřadnice V[?; 3] a prochází bodem A[-5; 4]. Dále vypočtěte její průsečíky se souřadnými osami.
   VŠE
   $(x+7)^2 = 4(y-3)$ $\left[0; \frac{61}{4}\right]$

3. Určete vzájemnou polohu paraboly $x^2 = 4(y-1)$ a přímky dané parametrickými rovnicemi $x = 2+2t$, $y = -3 - 4t$, $t \in R$.
   VŠE
   sečna, průsečíky A[-8; 17] a B[0; 1]

4. Přímka o rovnici $2x - y + 3 = 0$ je tečnou paraboly s vrcholem v počátku soustavy souřadnic a osou v ose x. Napište její rovnici.
   VŠE
   $y^2 = 24x$

5. Zjistěte, jaká křivka je definována následující rovnicí. Určete souřadnice středu této křivky, délky poloos, excentricitu (příp. poloměr či parametr).
   a) $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 20 = 0$
   b) $4x^2 + 9y^2 + 8x - 54y + 49 = 0$
   c) $9x^2 + 25y^2 - 126x + 300y + 1116 = 0$
   d) $x^2 - y^2 - 4x - 6y - 14 = 0$
   e) $y^2 - 4y - 4x = 0$
   f) $4x^2 - y^2 + 2y - 17 = 0$
   g) $y^2 + 6x - 18 = 0$
   VŠE
   a) kružnice, S[2; 1], r = 5
   b) elipsa, S[-1; 3], a = 3 b = 2 e = $\sqrt{5}$
   c) elipsa, S[7; -6], a = 5 b = 3 e = 4
   d) hyperbola S[2; -3], a = 3 b = 3 e = $3\sqrt{2}$
   e) parabola V[1; 2], p = 2 otevřená doprava

f) hyperbola S[0; 1], a = 2 b = 4 e = $2\sqrt{5}$
g) parabola V[3; 0], p = ± 3 otevřená doleva

6. Najděte průsečíky paraboly $y^2 = 12x$ s přímkou $2x + 3y - 24 = 0$ a vypočtěte délku příslušné tětivy.
   VŠE
   $P_1[3;\,6]\quad P_1[48;\,-24]\quad t = 15\sqrt{13}$

7. Jakou směrnici k musí mít přímka o rovnici $y = kx + 2$, aby se dotýkala paraboly $y^2 = 4x$?
   VŠE
   k = 0,5

8. Najděte souřadnice průsečíků parabol $y^2 = 4(x+5)$ a $y^2 = -3(x-2)$.
   VŠE
   $P_1\left[-2;\,2\sqrt{3}\right]\quad P_1\left[-2;\,-2\sqrt{3}\right]$

Literatura:

Sbírka příkladů z matematiky k přijímacím zkouškám na VŠE
Marta Rosická a Lada Eliášová
ISBN 80-86119-62-9

Matematika – příklady pro přijímací zkoušky
RNDr. Petr Rádl a kolektiv
ISBN 80-7157-625-5