

DUM č. 5 v sadě

Ma-2 Příprava k maturitě a PZ – geometrie, analytická geometrie, analýza, komplexní čísla

14.

Autor: Magda Krejčová

Datum: 13.08.2013

Ročník: maturitní ročníky

Anotace DUMu: Geometrie v rovině: kruh a jeho části, obvodový, středový a úsekový úhel.

Materiály jsou určeny pro bezplatné používání pro potřeby výuky a vzdělávání na všech typech škol a školských zařízení. Jakékoliv další využití podléhá autorskému zákonu.



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

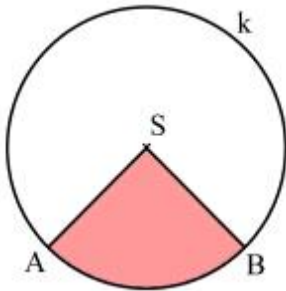
Geometrie v rovině: kruh a jeho části, obvodový, středový a úsekový úhel

Kruh a jeho části

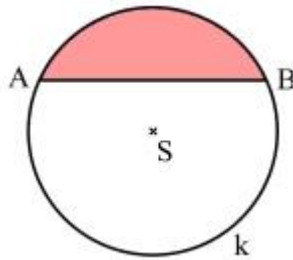
Kruh je množina všech bodů roviny, které mají od daného bodu S vzdálenost rovnou danému kladnému číslu r .

$$o = 2\pi r \quad S = \pi r^2$$

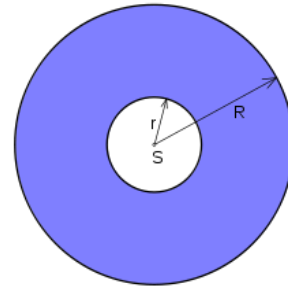
Kruhová výseč



Kruhová úseč



Mezikruží



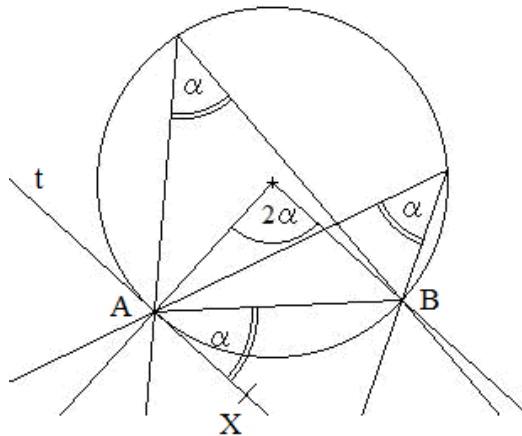
Středový a obvodový úhel, úsekový úhel

V1: V každé kružnici je středový úhel roven dvojnásobku libovolného obvodového úhlu příslušného k témuž oblouku.

V2: Každé dva obvodové úhly příslušné k témuž oblouku kružnic jsou shodné.

Def.: $\sphericalangle BAX$, kde X je libovolný bod na tečně ke kružnici k v bodě A zvolený tak, že oblouk AB je částí tohoto úhlu, se nazývá úsekový úhel.

V3: Úsekový úhel příslušný k danému oblouku kružnice je shodný s obvodovými úhly příslušnými k témuž oblouku.



1. Do rovnostranného trojúhelníku o straně a je vepsán kruh. Vypočtěte jeho obsah a obvod.

MZLU

$$S = \frac{\pi a^2}{12} \quad o = \pi a \frac{\sqrt{3}}{3}$$

2. Rovnostrannému trojúhelníku o straně a je opsán kruh. Vypočtěte jeho obsah a obvod.

MZLU

$$S = \frac{\pi a^2}{3} \quad o = \pi a \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

3. Vypočtěte obsah pravidelného pětiúhelníku opsaného kružnici o poloměru $r = 4 \text{ cm}$.

MZLU

$$S = 80 \cdot \operatorname{tg} 36^\circ \approx 51,8 \text{ cm}^2$$

4. Vypočtěte obsah pravidelného pětiúhelníku vepsaného kružnici o poloměru $r = 4 \text{ cm}$.

MZLU

$$S = 40 \cdot \sin 72^\circ \approx 38 \text{ cm}^2$$

5. Vypočtěte obsah kruhu, který je opsán pravidelnému šestiúhelníku o obsahu 60 cm^2 .

MZLU

$$S = \frac{40\sqrt{3}\pi}{3}$$

6. Vypočtěte obsah kruhu, který je vepsán do pravidelného šestiúhelníku o obsahu 60 cm^2 .

MZLU

$$S = 10\sqrt{3}\pi$$

7. Jaký musí být nejmenší průměr kruhu, aby se z něho dal vyříznout pravidelný šestiúhelník, který má rovnoběžné strany vzdáleny 12 cm ?

MZLU

$$d = 8\sqrt{3} \text{ cm}$$

8. Jaký je poloměr kružnice, která je soustředná s kruhem o poloměru $r = 2 \text{ cm}$ a která tento kruh rozdělí na dvě části, jejichž obsahy jsou si rovny?

MZLU

$$r' = \sqrt{2} \text{ cm}$$

9. Na hodinovém ciferníku spojte přímkami body, které jsou označeny číslicemi 1, 5, 8. Vypočtěte vnitřní úhly takto vzniklého trojúhelníku.

MZLU

$$75^\circ, 60^\circ, 45^\circ$$

10. Sestrojte kružnici, která má poloměr r , dotýká se přímky p , bod $M \notin p$ na kružnici leží.

VUT

Střed hledané kružnice leží na přímkách rovnoběžných s přímkou p ve vzdálenosti r a na kružnici $m = (M, r)$.

11. Vypočítejte poloměr kruhu, jehož obsah P v cm^2 a obvod o v cm je vyjádřen stejným číslem.

VUT

$$r = 2 \text{ cm}$$

12. Čtverci $ABCD$, jehož strana má délku a je opsána a vepsána kružnice. Vypočítejte obsah mezikruží omezeného těmito kružnicemi.

VUT

$$P = \frac{\pi a^2}{4}$$

13. Je dán čtyřúhelník $ABCD$, jehož vrcholy leží v bodech, které na obvodu ciferníku hodin znázorňují údaje 2, 5, 6 a 10. Vypočítejte velikosti všech vnitřních úhlů a velikosti úhlů sevřených jeho úhlopříčkami.

$$75^\circ, 120^\circ, 105^\circ, 60^\circ \text{ a } 75^\circ$$

14. Dokažte, že spojnice bodů, které vyznačují na ciferníku 2 a 5, je kolmá na spojnici bodů 3 a 10.

15. Ve čtyřúhelníku $ABCD$, jehož vrcholy leží na dané kružnici, jsou vnitřní úhly

$$\sphericalangle A = 58^\circ, \sphericalangle B = 134^\circ. \text{ Vypočítejte velikost zbývajících dvou úhlů.}$$

$$\sphericalangle C = 122^\circ, \sphericalangle D = 46^\circ$$

16. Kružnice je body A, B, C, D rozdělena na čtyři oblouky, jejichž délky jsou v poměru $3 : 5 : 4 : 6$. Ve čtyřúhelníku $ABCD$ vypočítejte velikost všech vnitřních úhlů čtyřúhelníku.

$$90^\circ, 100^\circ, 90^\circ, 80^\circ$$

17. Jak se změní středový úhel, jestliže příslušný obvodový úhel se

a) zmenší 2x

b) zvětší o 15°

c) zmenší se o $32^\circ 20'$

a) 2x se zmenší

b) zvětší se o 30°

c) zmenší se o $64^\circ 40'$

18. Sestrojte všechny kružnice o poloměru $1,5 \text{ cm}$, které se dotýkají dané kružnice $k(O, 4 \text{ cm})$ a procházející daným bodem M , pro který platí:

a) $OM = 3 \text{ cm}$

b) $OM = 1 \text{ cm}$

c) $OM = 0,5 \text{ cm}$

d) $OM = 5 \text{ cm}$

$$S \in l_{1,2}(O; (4 \pm 1,5) \text{ cm}) \cap l_3(M; 1,5 \text{ cm})$$

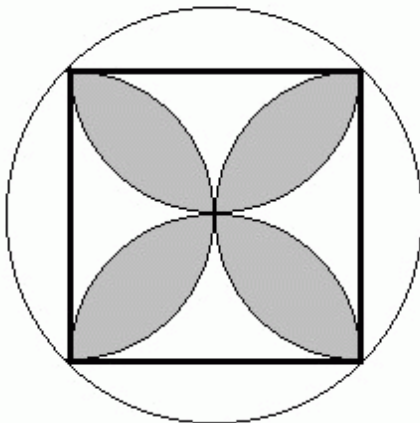
a) 2 řešení

b) 1 řešení

c) 0 řešení

d) 2 řešení

19. Jsou dány dvě rovnoběžné přímky p_1, p_2 ; $|p_1 p_2| = 4\text{ cm}$ a bod M , pro který platí $|Mp| = 1\text{ cm}$. Sestrojte všechny kružnice, které se dotýkají daných přímek p_1, p_2 a procházejí bodem M .
Poloměry hledaných kružnic jsou 2 cm. Středů leží na ose pásu a $l(M, 2\text{ cm})$. 2 řešení.
20. Jsou dány kružnice $k_1(O; 4\text{ cm})$, $k_2(O; 2\text{ cm})$. Sestrojte všechny kružnice o poloměru 3 cm, které se dotýkají těchto dvou kružnic. Vzdálenost středů daných dvou kružnic je
 a) $|O_1 O_2| = 5,5\text{ cm}$
 b) $|O_1 O_2| = 7,5\text{ cm}$
 a) $S \in l_{1,2}(O_1; (4 \pm 3)\text{ cm}) \cap l_{3,4}(O_2; (2 \pm 3)\text{ cm})$. 4 řešení.
 b) $S \in l_{1,2}(O_1; (4 \pm 3)\text{ cm}) \cap l_{3,4}(O_2; (2 \pm 3)\text{ cm})$ 4 řešení
21. Delší základna rovnoramenného lichoběžníku je zároveň průměrem kružnice opsané a měří 12 cm. Rameno lichoběžníku má délku shodnou s poloměrem kružnice opsané. Vypočítejte obvod a obsah lichoběžníku.
Protože kružnice opsaná lichoběžníku ABCD je zároveň kružnice opsaná $\triangle ABD$, je $\triangle ABD$ pravoúhlý (středem úsečky AB). $o = 30\text{ cm}$, $S = 46,77\text{ cm}^2$
22. Obvod kruhové výseče, která je částí kruhu o poloměru 12 cm, je 39 cm. Vypočítejte její obsah.
 90 cm^2
23. Jak dlouhou dráhu urazí za 1 hodinu a 10 minut konec minutové ručičky na hodinkách, je-li dlouhá 6 cm?
Sčítáme délku kružnice a oblouku 43,96 cm
24. Nad stranami čtverce vepsaného do kružnice o poloměru 3 cm jsou opsány polokružnice, které procházejí středem čtverce (viz obrázek). Vypočítejte obsah vyšrafovaného obrazce.



$10,28\text{ cm}^2$

Literatura:

Sbírka příkladů z matematiky k přijímacím zkouškám na VŠE
Marta Rosická a Lada Eliášová
ISBN 80-86119-62-9

Matematika – příklady pro přijímací zkoušky
RNDr. Petr Rádl a kolektiv
ISBN 80-7157-625-5