DUM č. 2 v sadě

13. Ma-1 Příprava k maturitě a PZ – algebra, logika, teorie množin, funkce, posloupnosti, řady, kombinatorika, pravděpodobnost

Autor: Jarmila Šimečková

Datum: 05.06.2013

Ročník: maturitní ročníky

Anotace DUMu: Teorie množin: shrnutí teorie o množinách, operacích s množinami a soubor příkladů s výsledky na procvičení.

Název DUMu**: Ma-1 Příprava k maturitě a PZ – algebra, logika, teorie množin, funkce, posloupnosti, řady, kombinatorika, pravdepodobnost**
Autor: Jarmila Šimečková
Datum: 25.9.2012
Ročník: maturitní seminář 4.A, 4.B, 8.AV, 6.AF, 6.BF
Anotace DUMu: Teorie množin: shrnutí teorie o množinách, operacích s množinami a soubor příkladů s výsledky na procvičení.

2. Teorie množin

Množina je soubor libovolných navzájem různých objektů, jenž je chápán jako jeden celek. Množinu pokládáme za určenou, je-li možno o každém objektu jednoznačně rozhodnout, zda do ní patří, či nikoliv. Každý z objektů, který patří do množiny, se nazývá prvek množiny.

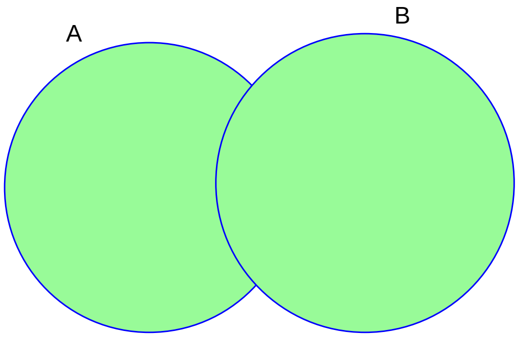
Způsoby zadání množin :

a) výčtem prvků (např. $A = \{1,2,3,4,5\}$)
b) charakteristickou vlastností (např. N množina přirozených čísel)

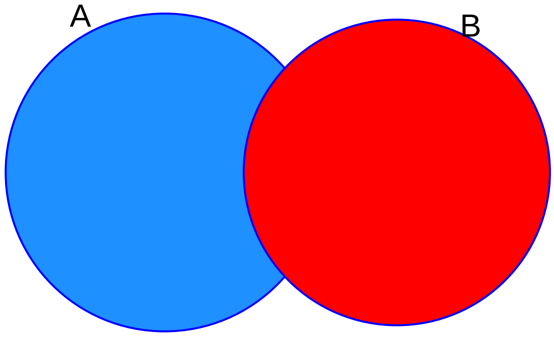
D: Množina ***A* je podmnožina množiny *B*,** jestliže každý prvek *A* je prvkem *B*. Zápis: $A \subset B$.
Každá množina má dvě přirozené podmnožiny: prázdnou množinu a samu sebe.

Základní množinové operace
Grafické znázornění – **Vennovy diagramy**

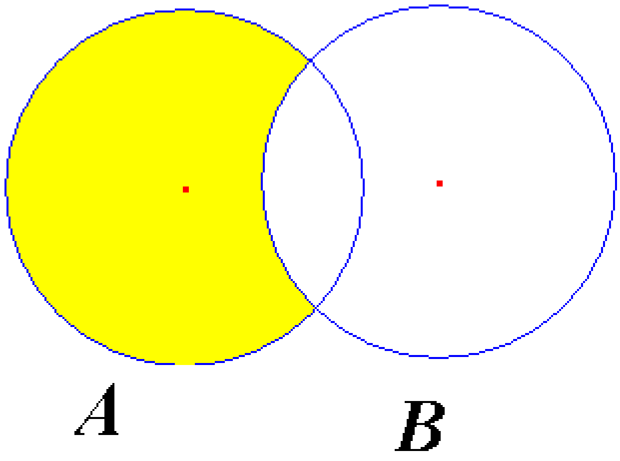
Sjednocení $A \cup B$



Průnik $A \cap B$

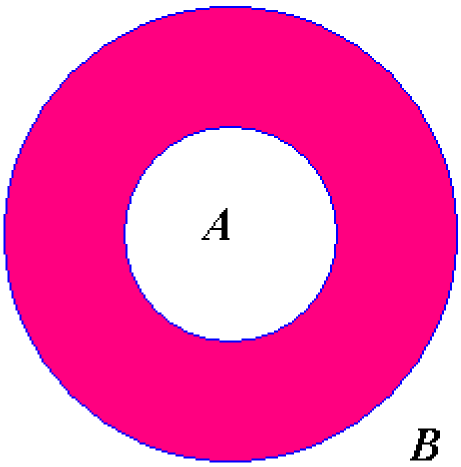


Rozdíl A- B



Disjunktní množiny
Říkáme, že množina *A* je disjunktní s množinou *B*, právě když množiny *A*,*B* mají prázdný průnik. $A \cap B = \{\ \}$

Doplněk množiny v množině
V případě, že $A \subset B$ se zavádí pro rozdíl množin *B-A* název doplněk množiny *A* v množině *B* a značí se A_B'.



D: Dvě **množiny *A* a *B* jsou si rovny** $(A = B)$ právě tehdy, když každý prvek *A* je prvkem *B* a každý prvek *B* je prvkem *A*.
Interval: číselná množina, podmnožina reálných čísel.

Doplněk k teorii množin pro uchazeče na VŠE:

Kartézským součinem množin *A*, *B* (zapisujeme *A x B*) nazýváme množinu všech uspořádaných dvojic $[a,b]$ve kterých $a \in A$ a současně $b \in B$.
Symbolický zápis $AxB = \{[a;b]; a \in A \wedge b \in B\}$.
Každou podmnožinu kartézského součinu *A x B* nazýváme **binární relace** mezi množinou *A* a množinou *B*.

Příklady:

1. (VŠE) Jsou dány množiny A={1,2,3,4,5,6} B={2,4,6,8,10} C={5,6,7,8,9}
   Určete množinu
   $a) A \cup B \cup C$
   $b) A \cap B \cap C$
   $c) A \cap (B \cup C)$
   $d) (A \cap B) \cap (A \cap C)$

Výsledky: a) {1,2,3,4,5,6,7,8,9,10} b) {6} c){2,4,5,6} d) {6}

2. (VŠE) Utvořte výsledný interval a znázorněte:
   a) $\langle 2;5) \cup (4;7\rangle$
   b) $(-2;3) \cup \langle 3;6)$
   c) $\langle -1;2) \cap (2;3\rangle$
   d) $[(-\infty;3) \cup \langle 3;5)] \cap (2;5)$
   e) $[(-\infty;3) \cap \langle -5;5\rangle] \cup \langle 3;6)$

   Výsledky: a) $\langle 2;7\rangle$ b) $(-2;6)$ c) Ø d) $(2;5)$ e) $\langle -5;6)$

3. (VŠE) Máme dány intervaly $A = \langle -2;5),\quad B = (-\infty;3),\quad C = \langle 3;5\rangle,\quad D = (3;4)$

   Určete:
   a) $(A \cap B) \cup C$
   b) $(A \cup B) \cap C$
   c) D_A'

   Výsledky: a) $\langle 2;5\rangle$ b) $\langle 3;5)$ c) $\langle 2;3\rangle \cup \langle 4;5)$

4. (VŠE) Máme dány množiny $A = \{1;2;3\},\quad B = \langle 1;4),\quad C = (2;+\infty)$

   Určete:
   a) A_B'
   b) $(A \cup B) \cap C$
   c) A ∩ B ∩ C

   Výsledky: a) $(1;2) \cup (2;3) \cup (3;4)$ b) $\{1\} \cup \langle 2;+\infty)$ c) $\{3\}$

5. (VŠE) Určete všechny podmnožiny množiny M = {1;2;3}

Výsledek: Ø, {1}, {2}, {3}, {1;2}, {1;3}, {2;3}, {1;2;3}

6. Mezi uvedenými množinami najděte dvojici disjunktních množin a množin sobě rovných:

$A = \langle 1;5 \rangle \quad B = (-\infty;5\rangle \cap \langle 1;+\infty) \quad C = (5;10)$

Výsledky: A, C disjunktní , $A = B$

7. (VŠE) Množina A je množina řešení nerovnice $30 + 7x - x^2 < 0$. Množina B je řešení nerovnice $|x-3| \geq 5$. Nalezněte množinu všech reálných čísel x, pro která platí:

a) $x \in A \cap B$

b) $x \in (A \cup B)'_R$

c) $x \in A'_B$

Výsledky: a) $(-\infty;-3) \cup (10;+\infty)$ b) $(-2;8)$ c) $\langle -3;2 \rangle \cup \langle 8;10 \rangle$

8. (VŠE) Množina A je množina řešení nerovnice $\dfrac{3}{x+5} \geq 0$. Množina B je množina řešení nerovnice $|x+1| \leq 2$. Nalezněte množinu všech reálných čísel , pro která platí:

a) $x \in A'_R \cap B'_R$

b) $x \in B'_A$

c) $x \in A \cup B'_R$

Výsledky: a) $(-\infty;5\rangle$ b) $(-5;-3) \cup (1;+\infty)$ c) R

Doplněk pro uchazeče na VŠE:

9. Sestrojte graf kartézského součinu $A \times B$ pro:

a) $A = \langle 1;4\rangle \cup \langle 5;7\rangle,\ B = \langle 2;4\rangle$

b) $A = (-2;3),\ B = (2;5)$

c) $A = \langle -2;2\rangle,\ \ B = \langle -3;0\rangle \cup \langle 2;4\rangle$

d) $A = \{x \in \mathrm{R};\ \dfrac{x+2}{x+1} \leq 0\ \},\ B = \{y \in R;\ |y+3| \leq 1\}$

e) $A = \{x \in R;\ x \geq -1\ \wedge\ x < 3\},\ B = \{y \in R;\ |y| \leq 1\}$

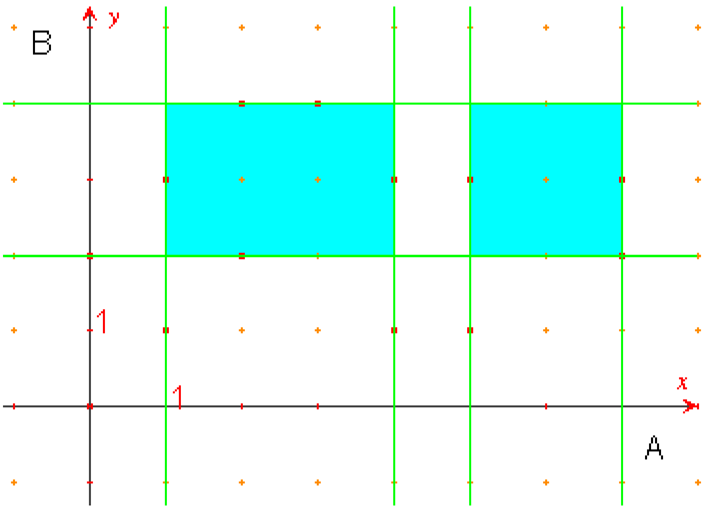
f) $A = \{-2;0;1\},\quad B = \langle -4;0\rangle \cup \langle 1;2)$

g) $A = \{x \in R;\ x^2 - 2x - 8 \leq 0\},\ B = \ \{y \in R;\ |y + 3| < 2\}$

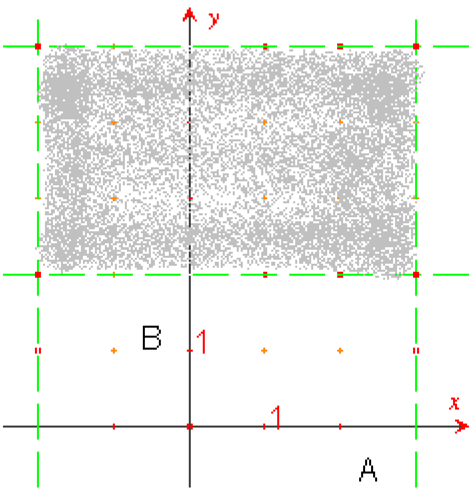
h) $A = \{x \in R;\ -2 \leq x \leq 3\},\ B = \{-1, 0, 2\}$

Výsledky:

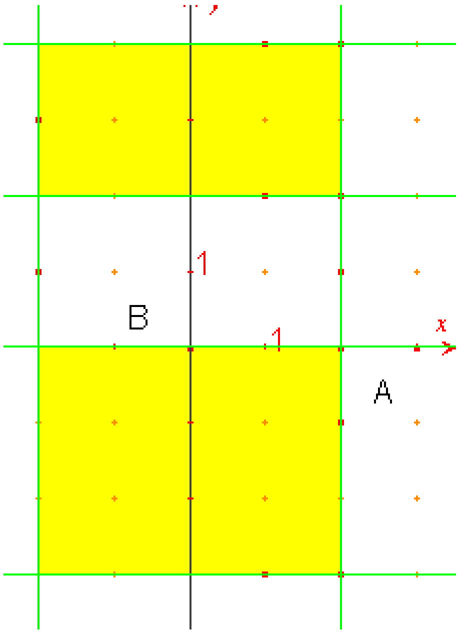
a)



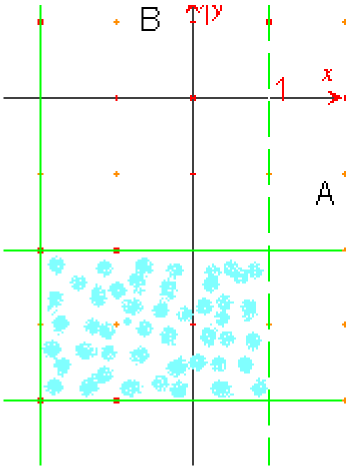
b)



c)

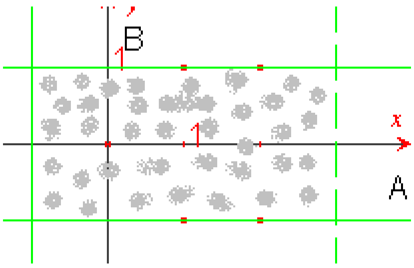


d) $A = \langle -2;1)$ $B = \langle -4;-2\rangle$

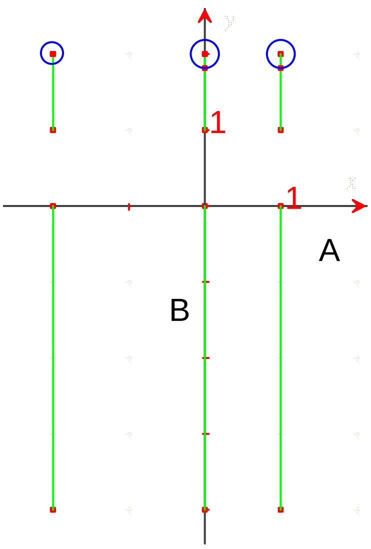


d)

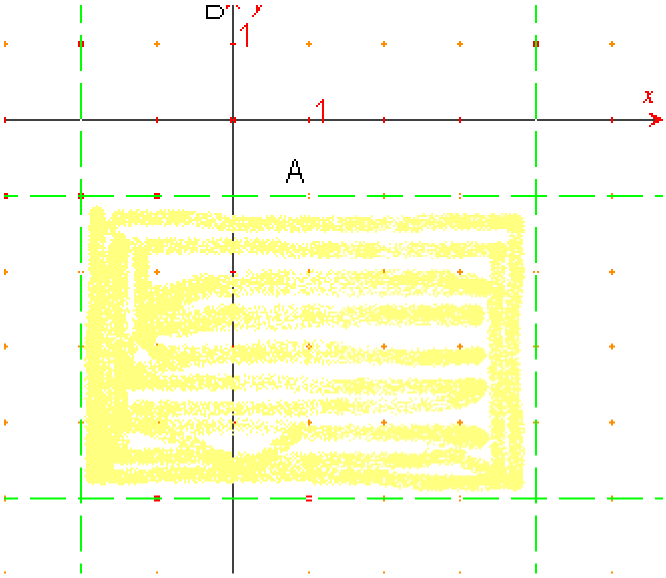
e) $A = \langle -1;3)$ $B = \langle -1;1\rangle$



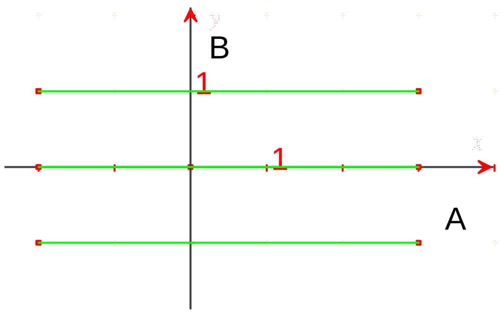
f)



g) $A = \langle -2;4 \rangle \quad B = (-5;-1)$



h) $A = \langle -2;3 \rangle$



Literatura: Sbírka příkladů z matematiky k přijímacím zkouškám na VŠE, autoři: Marta Rosická a Lada Eliášová, ISBN 80-96119-62-9