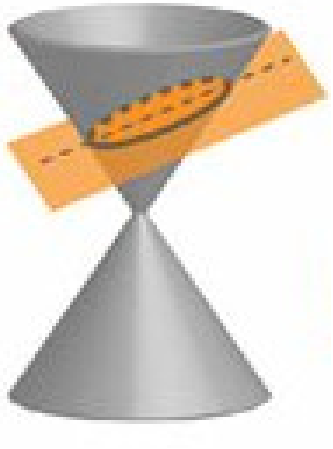
Kuželosečky

Kuželosečky jsou rovinné křivky.

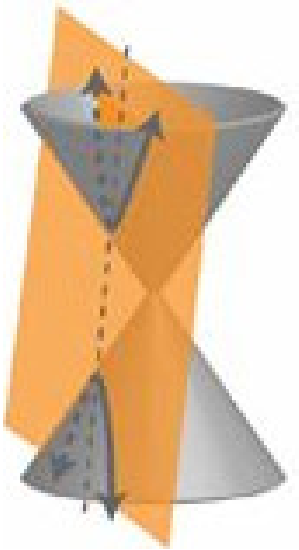
Geometricky vzniknou jako řezy kuželové plochy rovinou, která neprochází vrcholem kuželové plochy.



elipsa



parabola



hyperbola

Kuželosečky – obecná rovnice

Kuželosečky jsou *kvadratické* křivky, neboli křivky *druhého stupně*.
V jejich obecné rovnici vystupují souřadnice x, y
ve druhé mocnině, x^2, y^2,
nebo v součinu, xy.

Poznámka: Jsou-li osy kuželosečky rovnoběžné se souřadnými osami, tak člen xy v její rovnici nevystupuje (má nulový koeficient).

Kuželosečky – planimetrické definice

Elipsa je množina bodů X, které mají stejný součet vzdáleností $|F_1X| + |XF_2|$ od dvou bodů (ohnisek) F_1, F_2.
V případě, že ohniska splynou v jednom bodě, $F_1 = F_2$, jedná se o *kružnici*.

Hyperbola je množina bodů X, které mají stejný rozdíl vzdáleností $\big||F_1X| - |XF_2|\big|$ od dvou bodů (ohnisek) F_1, F_2.

Parabola je množina bodů X, které mají od daného ohniska F stejnou vzdálenost jako od dané *řídicí přímky* neprocházející ohniskem.

Osy kuželoseček

Elipsa má dvě osy symetrie:
hlavní osa elipsy je přímka procházející oběma ohnisky F_1, F_2,
vedlejší osa elipsy je osa úsečky F_1F_2.

Osy symetrie *kružnice* jsou všechny přímky procházející jejím středem.

Hyperbola má dvě osy symetrie:
hlavní osa hyperboly je přímka procházející oběma ohnisky F_1, F_2,
vedlejší osa hyperboly je osa úsečky F_1F_2.

Parabola má jednu osu symetrie:
osa paraboly je přímka procházející ohniskem a kolmá na řídicí přímku.

Kuželosečky, jejichž osy jsou rovnoběžné se souřadnými osami, jsou v *osové poloze*.

Úlohy – parabola

Určete souřadnice vrcholu, ohniska a rovnici řídicí přímky paraboly, která je dána rovnicí

$$(y-1)^2 = 6(x+2)$$

Úlohy – parabola

Je dána funkce f předpisem $f(x) = x^2 + 4x + 3$.
Jejím grafem je parabola.
Určete souřadnice ohniska a rovnici řídicí přímky.

Úlohy – parabola

Převeďte rovnici paraboly na vrcholový tvar.

$$2x^2 - 6x - 10y - 3 = 0$$

Úlohy – parabola

Paraboly jsou dány rovnicemi

$$x^2 - 10x + 4y + 37 = 0$$

$$x^2 - 2x - 2y - 1 = 0$$

$$y = 3x^2 - 6x + 1$$

Pro každou z nich určete souřadnice vrcholu, souřadnice ohniska a rovnici řídicí přímky.

Úlohy – parabola

Napište vrcholovou rovnici paraboly, jejíž osa je rovnoběžná s osou x a prochází body $A = [3, 3]$, $B = [0, 12]$ a $C = [4, 6]$.

Úlohy – parabola

Určete rovnici paraboly, která má vrchol $V = [3, -7]$ a prochází bodem $P = [4, -5]$.

Úlohy – parabola

Napište rovnici paraboly, která prochází body $A = [1, 2]$, $B = [3, 1]$, $C = [7, 5]$.

Úlohy – parabola

Určete rovnici tečny k parabole $y^2 - 6x - 6y + 3 = 0$,
která je rovnoběžná s přímkou $3x - 2y + 7 = 0$.

Úlohy – parabola

Parabola má rovnici $y^2 = 8x$.
Vypočítejte souřadnice vrcholů čtverce $ABCD$,
jestliže bod A leží ve vrcholu paraboly,
bod C leží na ose x
a body B, D leží na parabole.

Úlohy – parabola

Parabola má rovnici $4(y-2) = (x+1)^2$.
Má tečnu rovnoběžnou s přímkou AB procházející body $A = [2, 5]$, $B = [-3, 1]$.
Napište rovnici tečny a souřadnice bodu dotyku.

Úlohy – hyperbola

Upravte rovnici hyperboly do středového tvaru a určete střed, ohniska, poloosy, excentricitu a asymptoty.

$$-16x^2 + 9y^2 - 64x - 18y - 199 = 0$$

Nakreslete hyperbolu v souřadné soustavě.

Úlohy – hyperbola

Hyperbola má rovnici $16x^2 - 25y^2 - 400 = 0$.
Určete rovnice asymptot a úhel, který asymptoty svírají.

Úlohy – hyperbola

Napište osovou rovnici hyperboly procházející body $[3, 0]$, $\left[5, \frac{16}{3}\right]$.

Úlohy – hyperbola

Napište rovnici hyperboly, která prochází bodem $[30, 24]$ a má ohniska v bodech $[0, 4\sqrt{6}]$, $[0, -4\sqrt{6}]$.

Úlohy – hyperbola

Najděte tečnu hyperboly

$$\frac{(x-1)^2}{10} - \frac{(y+1)^2}{15} = 1$$

v bodě $[5, -4]$.

Úlohy – hyperbola

Najděte tečny hyperboly $4x^2 - y^2 = 36$, které jsou rovnoběžné s přímkou $5x - 2y = 0$.